



HORLOGE SOLAIRE À ÉCRAN AJOURÉ

Inventaire, classification et nouvelles pistes

Francis Ziegeltrum
Mai 2023



Description

- Une horloge solaire à écran ajouré n'a pas de style ou gnomon pour indiquer l'heure,
- La lumière du Soleil passe à travers des découpes ou des perforations faites sur une ou plusieurs plaques, voire dans un bloc faisant apparaître l'heure de façon numérique,
- L'écran permet de jouer avec la lumière en utilisant les techniques les plus récentes de l'optique

Premières découpes

Ecran pochoir

Le principe repose sur un cadran équatorial armillaire.

Les rayons du Soleil projettent sur un plan les chiffres découpés dans une couronne placée dans le plan de l'équateur.

En ajoutant une courbe en 8 on obtient un cadran de temps vrai



Source-Michel Lalos

Ecran pochoir



AstroMedia

Set de construction en carton pour un cadran solaire de projection : il indique à 5 minutes près l'heure solaire (heure locale vraie), l'heure normale (CET, heure de fuseau horaire) ou l'heure d'été.

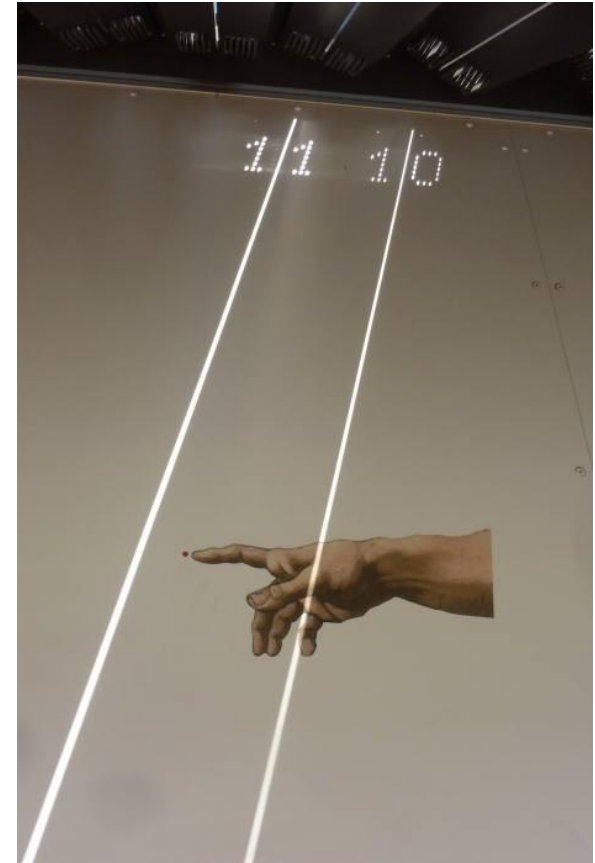


Le chiffre indiquant l'heure est projeté sur une surface portant une seule ligne. C'est la coïncidence du chiffre avec la ligne qui indique l'heure solaire. L'heure légale se déduit par un décalage donnée sur la table de correction fixée au support.,
Conçu par Gérard Baillet
Parc Montjoly-Chamalières

Ecran pochoir

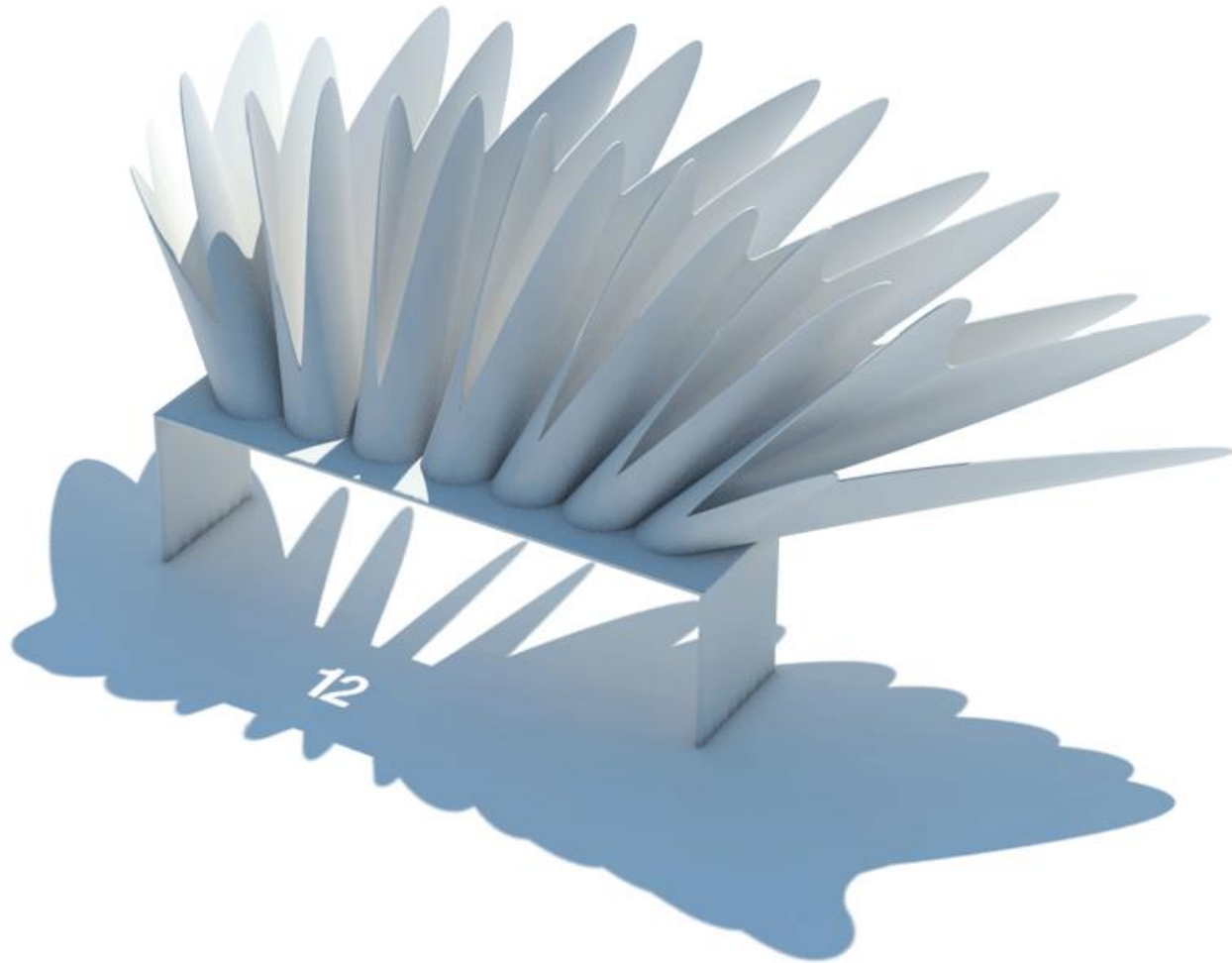


Le soleil marque l'équinoxe et les solstices à l'aide de lettres ajourées dans la structure, Réalisation de Jean Salins
Ecole des Mines de Sophia Antipolis

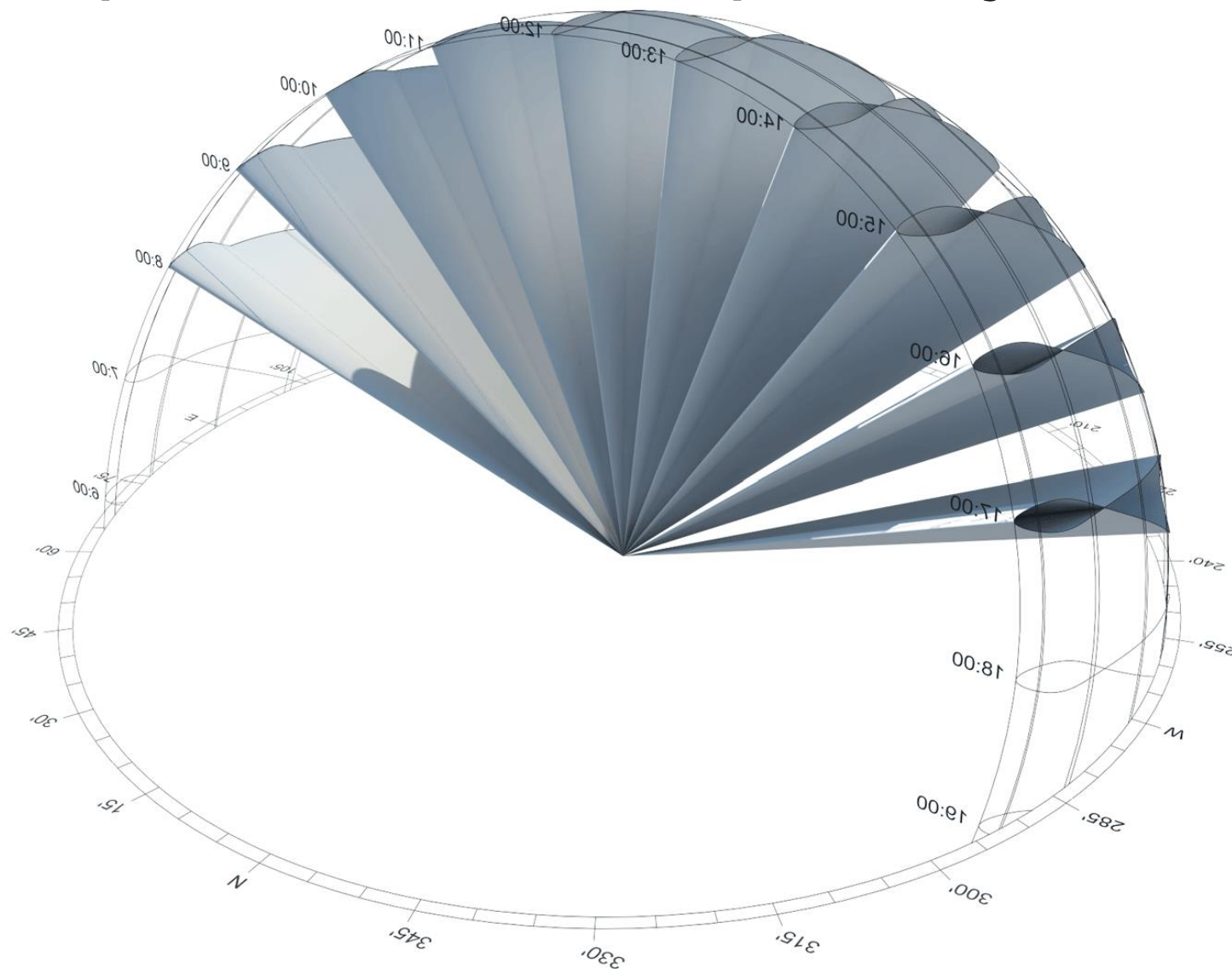


Cadran solaire inversé
Conçu par Denis Savoie
Parc de la Villette

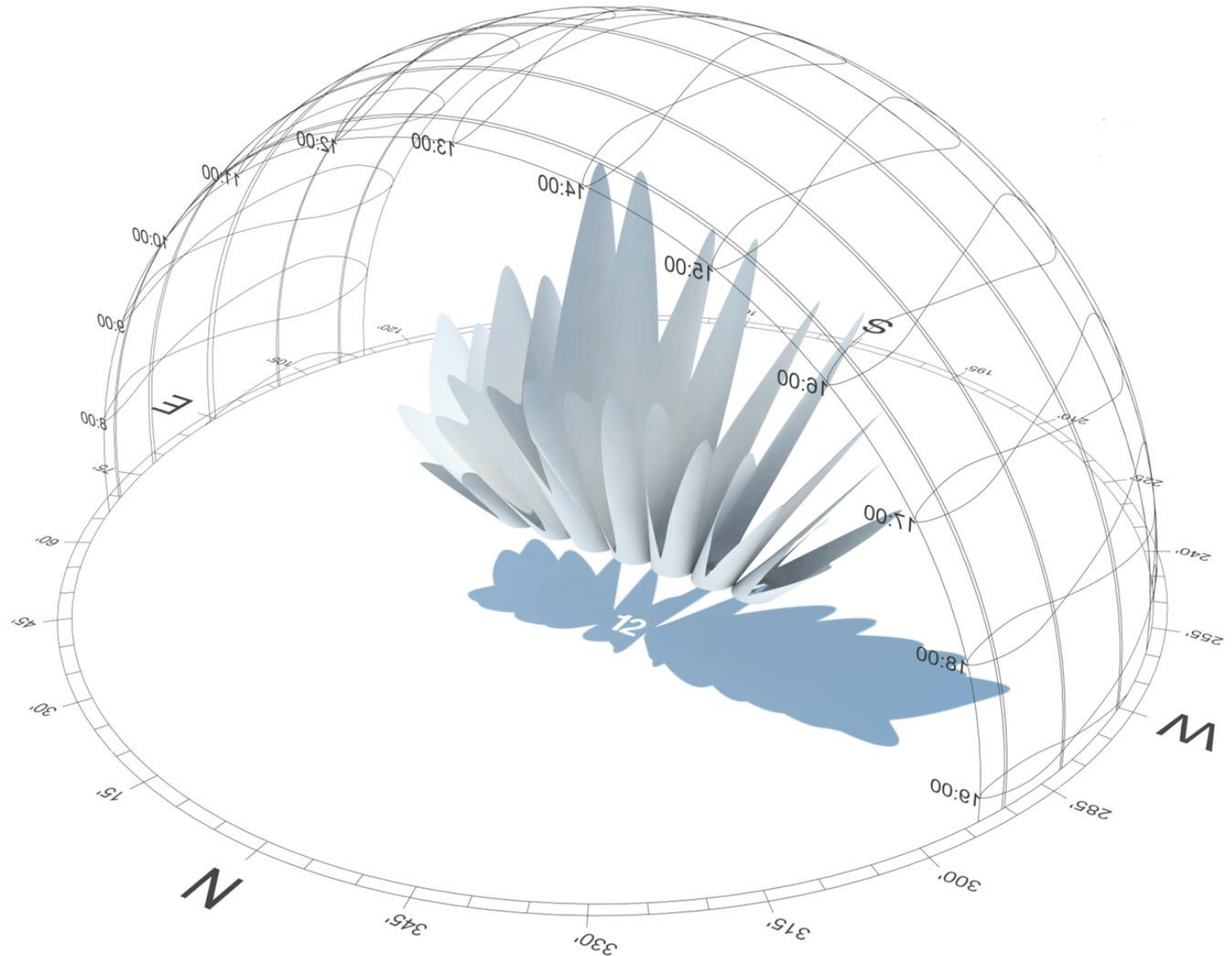
Ecran pochoir de temps moyen



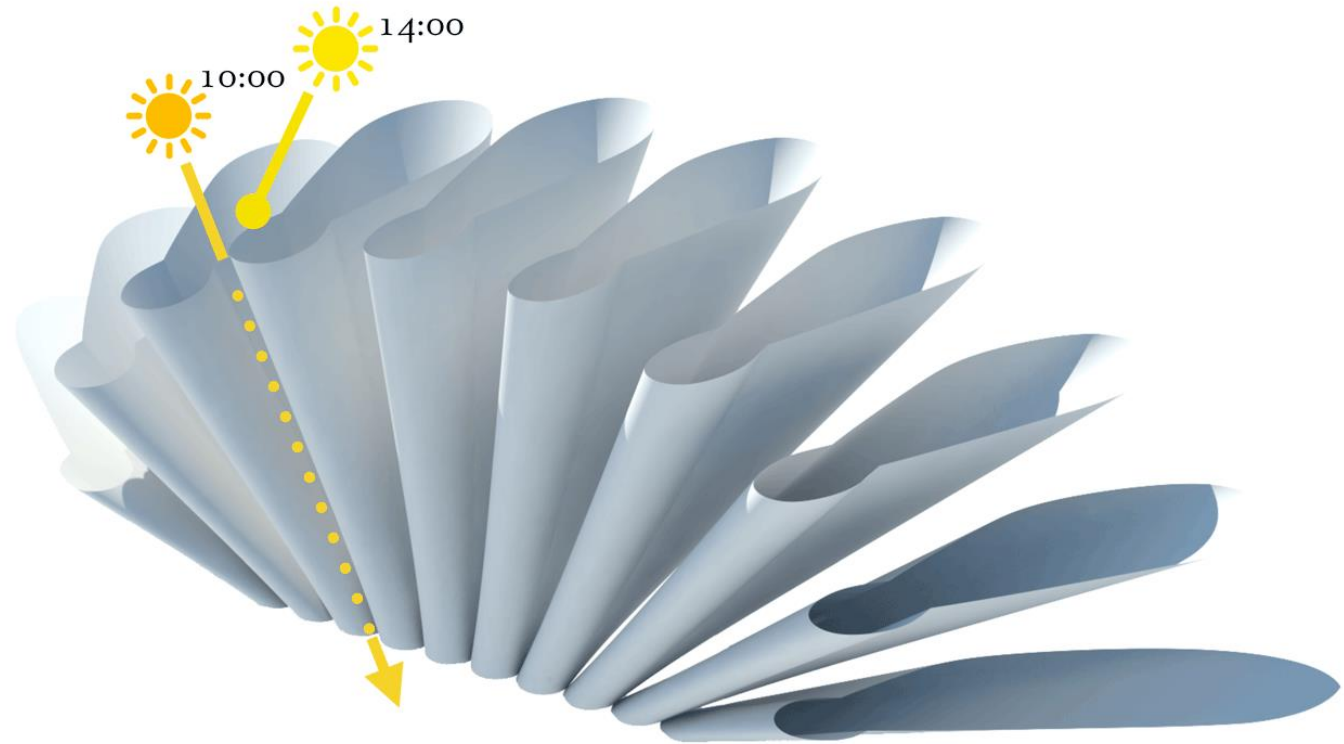
Ecran pochoir de temps moyen



Ecran pochoir de temps moyen



Ecran pochoir de temps moyen



Le premier concept
de cadran fractal

Fractale

- Le mot "fractale" vient du latin "fractus" qui signifie "brisé". En effet, une fractale est un objet géométrique «infiniment morcelé» dont des détails sont observables à une échelle arbitrairement choisie. En zoomant sur une partie de la figure, on peut retrouver toute la figure, on dit qu'elle est **auto similaire**.
- Même si un certain nombre de choses était déjà connu, on attribue la découverte des fractales à un polytechnicien français, *Benoît Mandelbrot* (1924 ; 2010).

Fractales naturelles

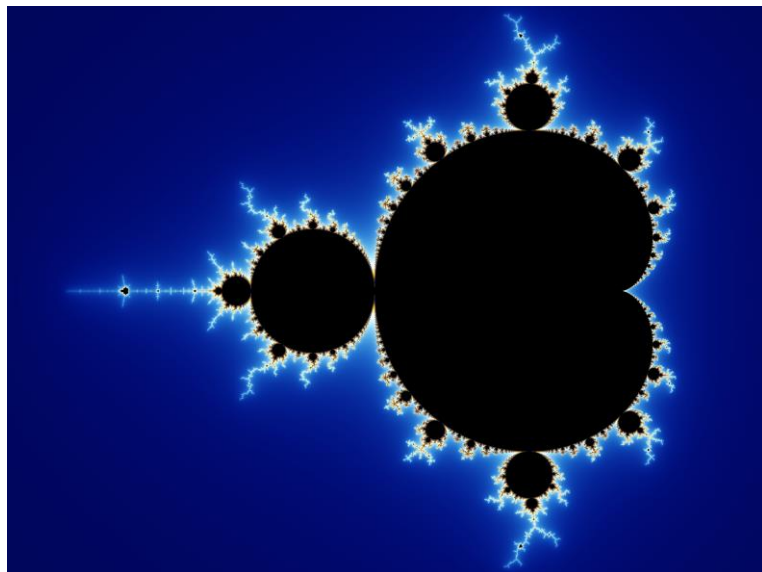


Choux romanesco

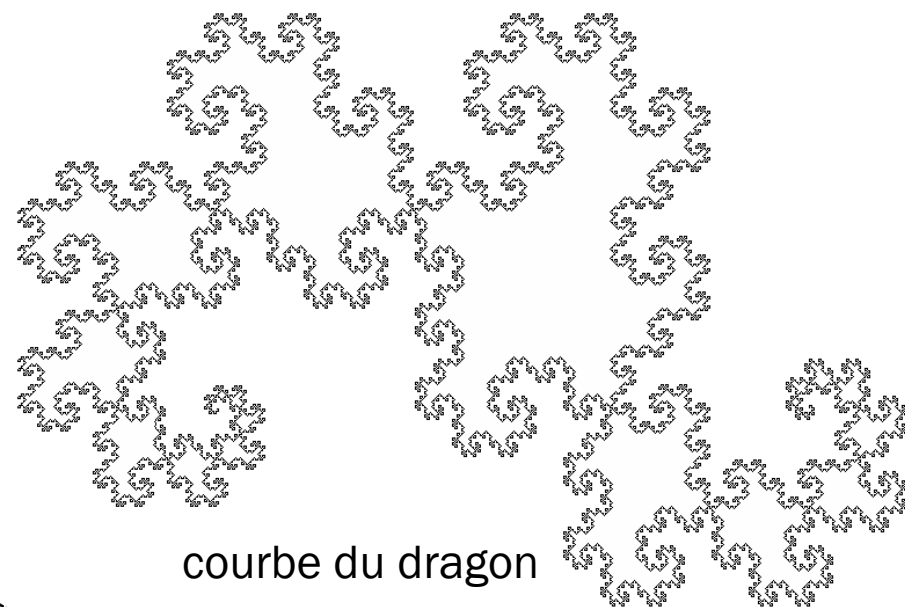


Fougères

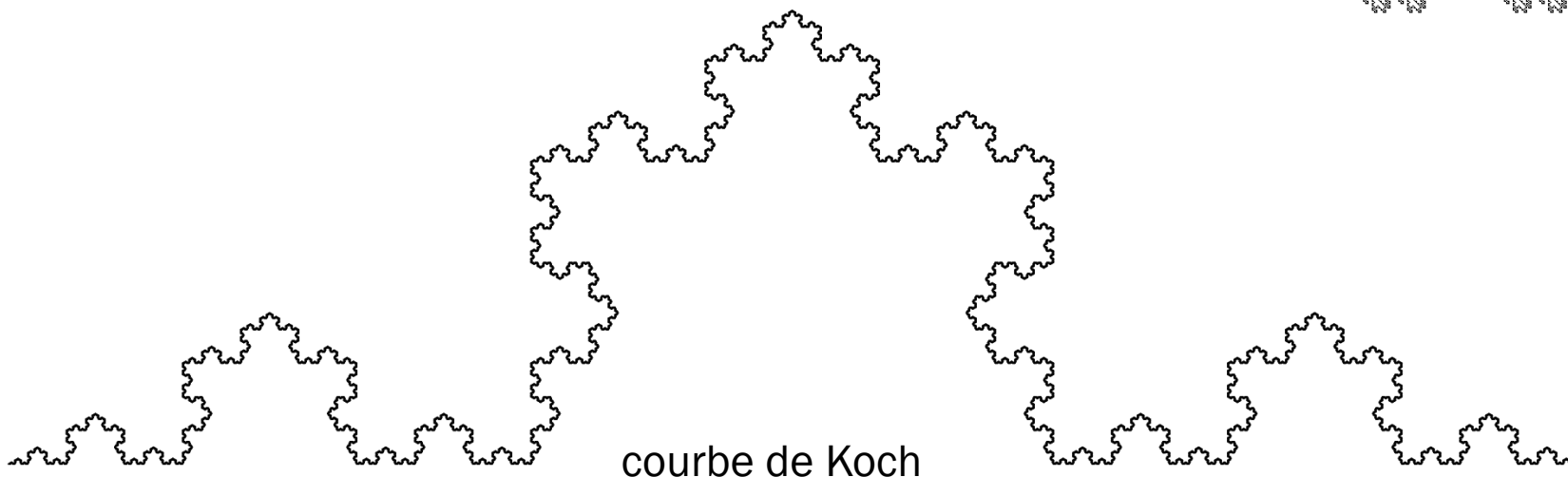
Contour infiniment déchiqueté



ensemble de Mandelbrot

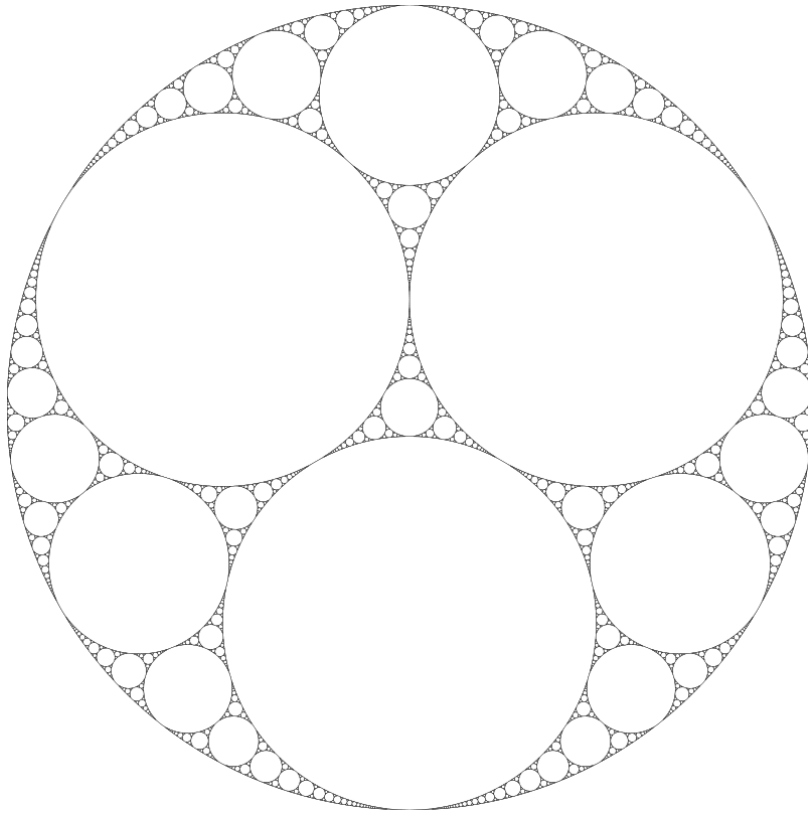


courbe du dragon

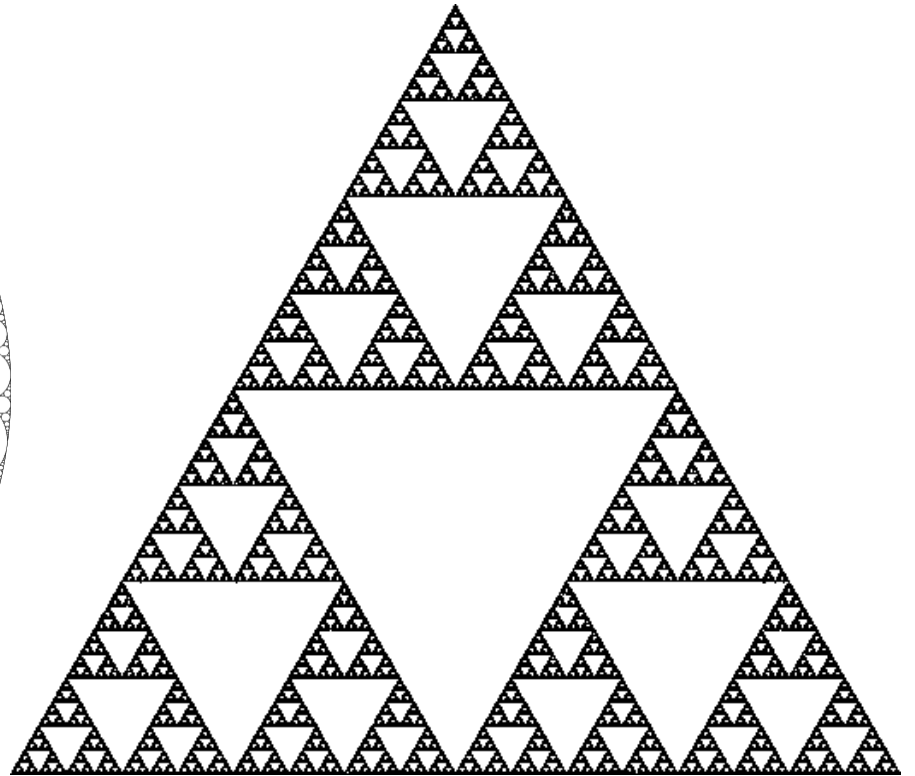


courbe de Koch

Surface infiniment trouée



baderne d'Apollonius



triangle de Sierpinski

L'ensemble de Cantor

En mathématiques, l'ensemble de Cantor ou poussière de Cantor est un sous-ensemble remarquable de la droite réelle construit par le mathématicien allemand Georg Cantor.

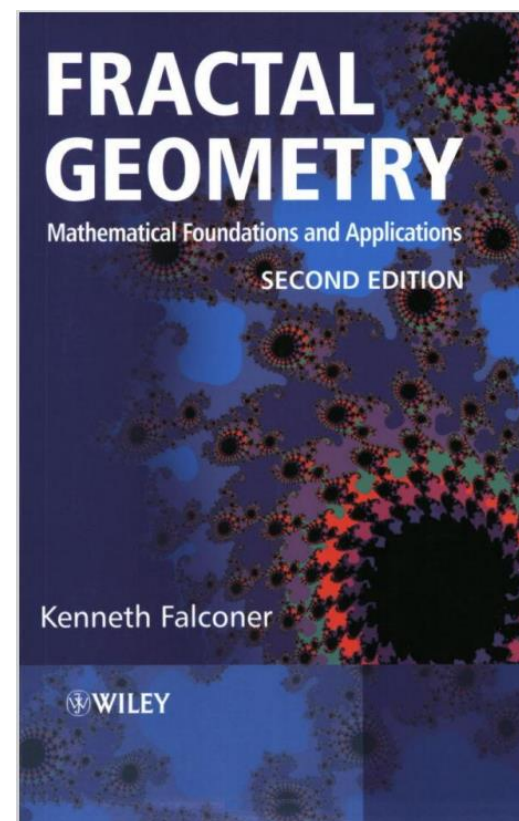
On le construit de manière itérative à partir du segment $[0, 1]$ en enlevant le tiers central ; puis on réitère l'opération sur les deux segments restants, et ainsi de suite. On peut voir les six premières itérations du procédé sur le schéma suivant :



Le théorème de Kenneth Falconer

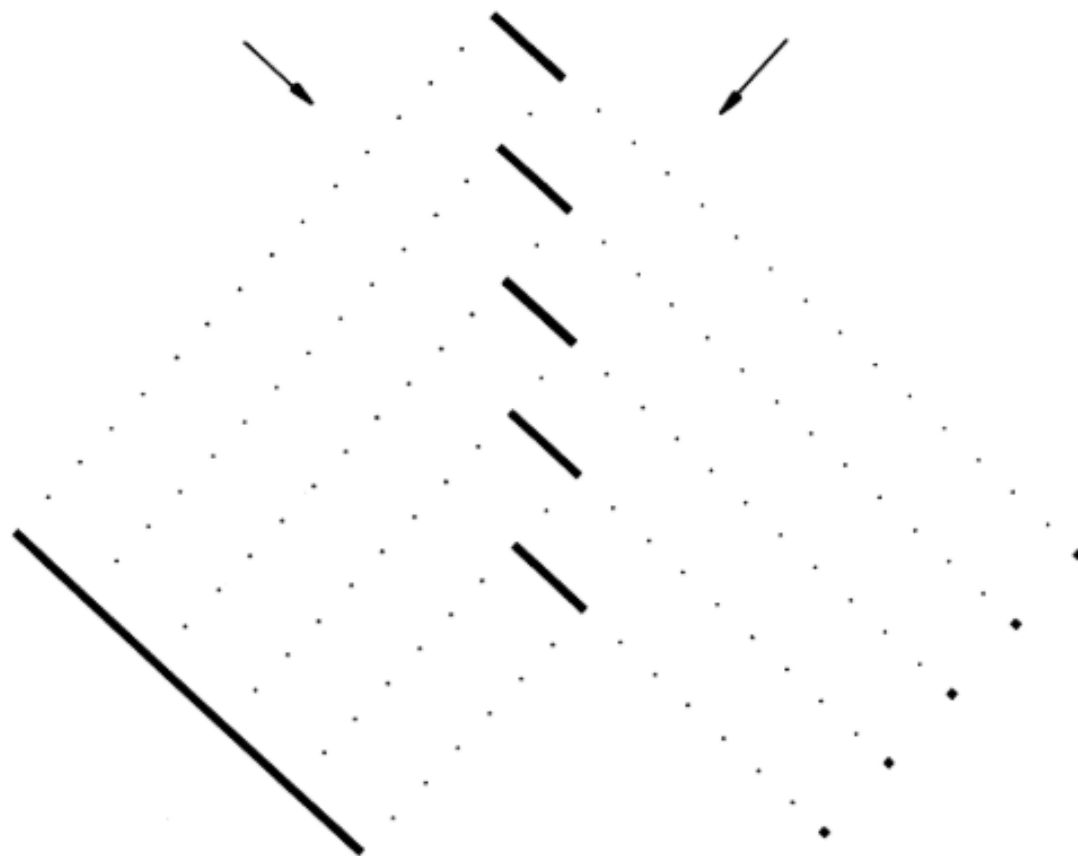
1986

Fractal geometry
Kenneth Falconer

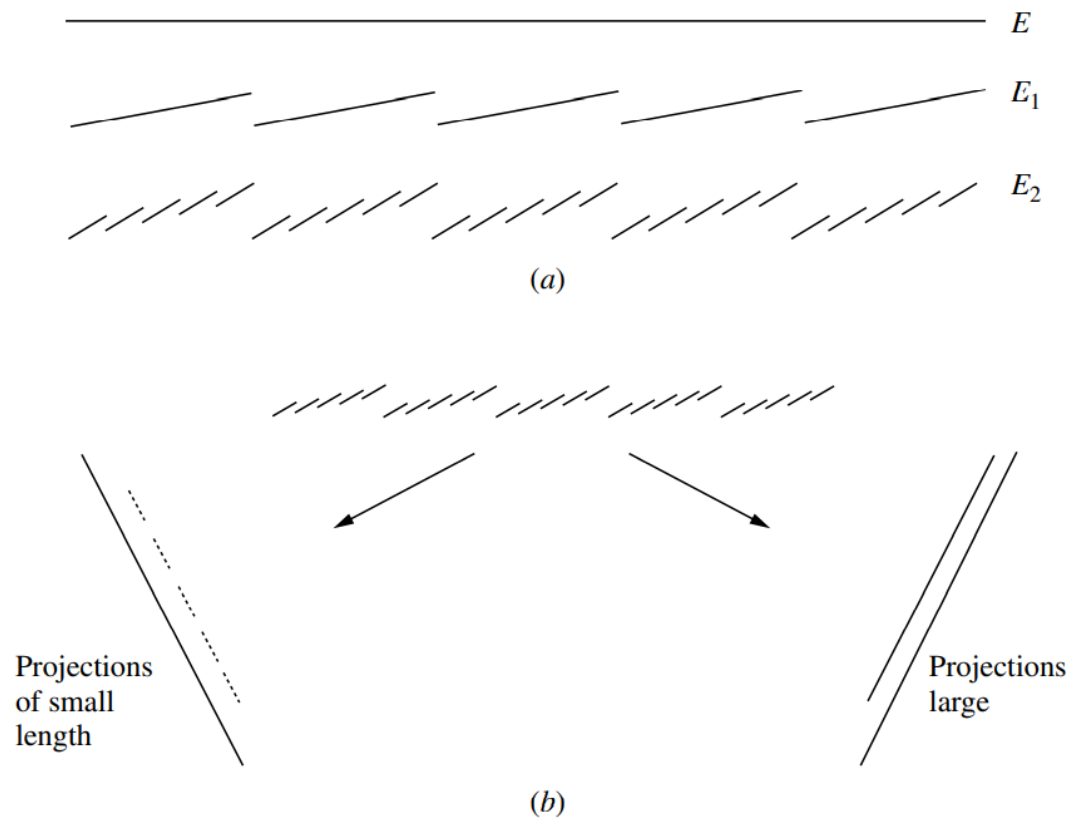


Le théorème de Kenneth Falconer

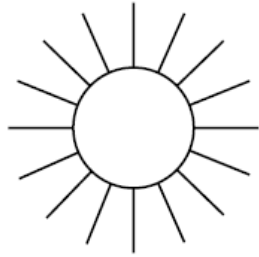
Kenneth Falconer imagine d'appliquer les itérations de l'ensemble de Cantor à un store vénitien et d'étudier la projection du store sur un mur. Suivant l'orientation du mur, la projection se réduit à des points ou à un segment,



Le théorème de Kenneth Falconer



Le théorème de Kenneth Falconer



Kenneth Falconer démontre qu'il existe un ensemble de type Cantor dont la projection au cours de la journée permettrait de donner l'heure solaire,



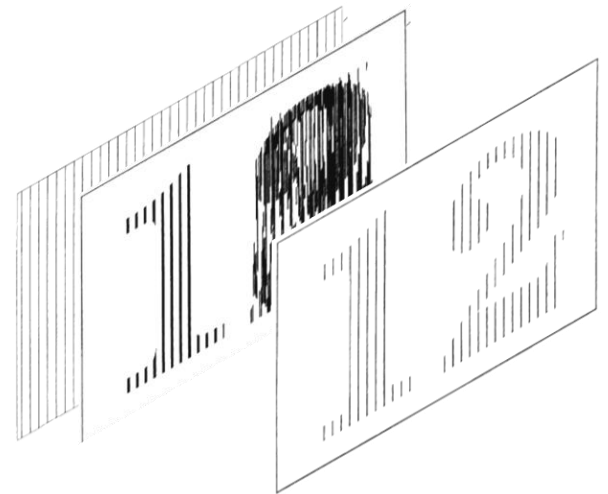
Set of dimension 2



Shadow that changes as the sun moves round to give different projections

Ecran store vénitien simplifié

Deux masques parallèles rapprochés projettent des images différentes en fonction de la position angulaire du soleil de la manière suivante : Le premier masque, un réseau régulier de fines fentes verticales, projette un motif lumineux rayé sur le second masque. Ce motif lumineux est indépendant de la hauteur du soleil. Le deuxième masque est composé de bandes étroites des chiffres, des mots ou des images à afficher. Le motif rayé de la lumière du soleil projeté par le premier masque illumine exactement les bandes du deuxième masque correspondant à l'image représentant l'heure actuelle.



Digital Sundial U.S. patent 5,590,093

Le deuxième concept
de cadran fractal

La percolation fractale

2015

The geometrie of fractal percolation
Michal Rams et Karoly Simon

arXiv:1306.3847v1 [math.DS] 17 Jun 2013

THE GEOMETRY OF FRACTAL PERCOLATION,

MICHAL RAMS AND KÁROLY SIMON

ABSTRACT. A well studied family of random fractals called fractal percolation is discussed. We focus on the projections of fractal percolation on the plane. Our goal is to present stronger versions of the classical Marstrand theorem, valid for almost every realization of fractal percolation. The extensions go in three directions:

- the statements work for all directions, not almost all,
- the statements are true for more general projections, for example radial projections onto a circle,
- in the case $\dim_H > 1$, each projection has not only positive Lebesgue measure but also has nonempty interior.

1. INTRODUCTION

To model turbulence, Mandelbrot [13, 14] introduced a statistically self-similar family of random Cantor sets. Since that time this family has got at least three names in the literature: fractal percolation, Mandelbrot percolation and canonical curdling, among which we will use the first one.

In 1996 Lincoln Chayes [3] published an excellent survey giving an account about the most important results known in that time. His survey focused on the percolation related properties while we place emphasis on the geometric measure theoretical properties (projections and slices) of fractal percolation sets.

About the projections of a general Borel set the celebrated Marstrand Theorem gives the following information:

Theorem 1 ([15]). *Let $E \subset \mathbb{R}^2$ be a Borel set.*

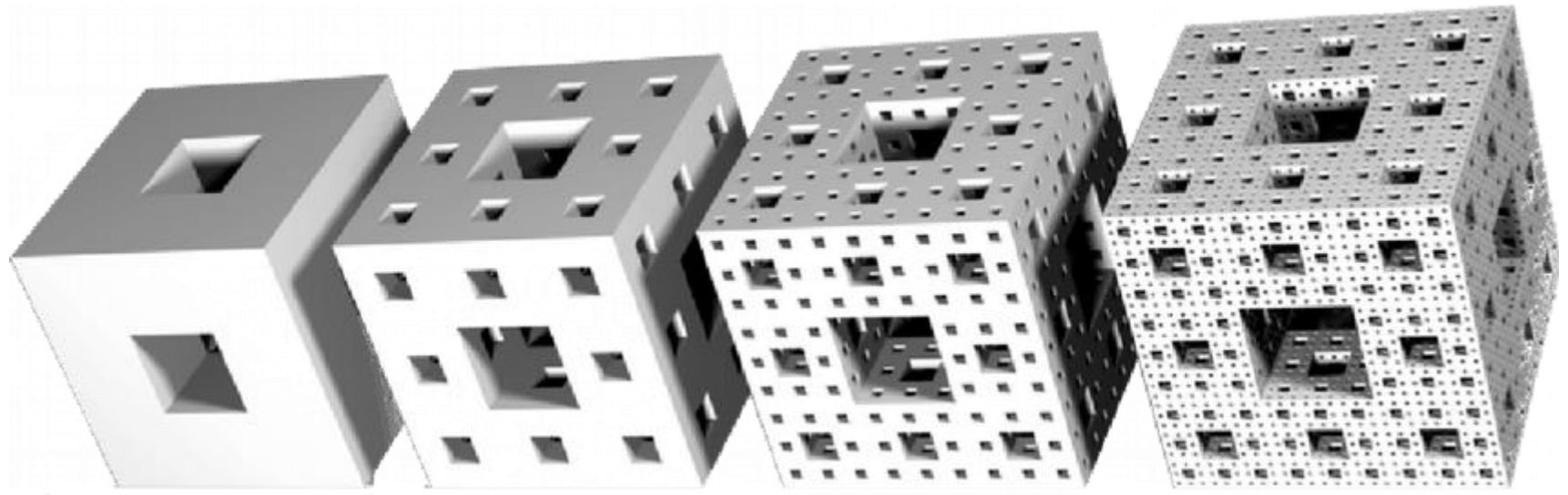
2000 *Mathematics Subject Classification.* Primary 28A80 Secondary 60J80, 60J85.

Key words and phrases. Random fractals, Hausdorff dimension, processes in random environment.

Rams was partially supported by the MNSW grant N201 607640 (Poland). The research of Simon was supported by OTKA Foundation # K 104745.

Le terme "percolation" vient du latin percolatio qui signifie filtration.

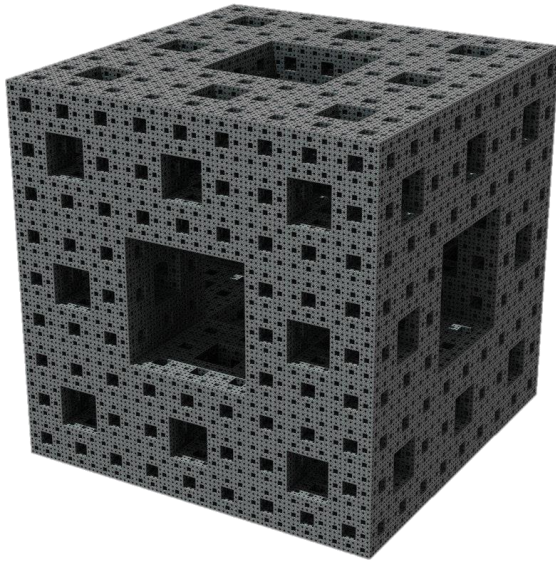
Volume infiniment creux



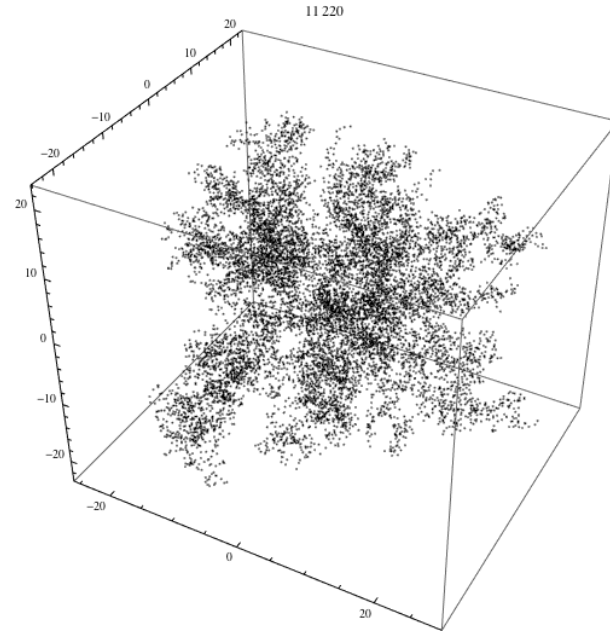
L'éponge de Menger, parfois appelée éponge de Menger-Sierpinski, est un solide fractal. Il s'agit de l'extension dans une troisième dimension de l'ensemble de Cantor, C'est une extension à la dimension 3 du tapis de Sierpinski .

On part d'un cube. On trace sur chaque face 9 carrés égaux (comme pour le tapis de Sierpinski), on enlève "tout ce qui est au milieu". Il reste 20 petits cubes dont les côtés sont le tiers des côtés du cube initial (8 aux sommets du cube initial, 12 pour en finir les côtés). On recommence la construction sur les cubes restants.

Volume infiniment creux



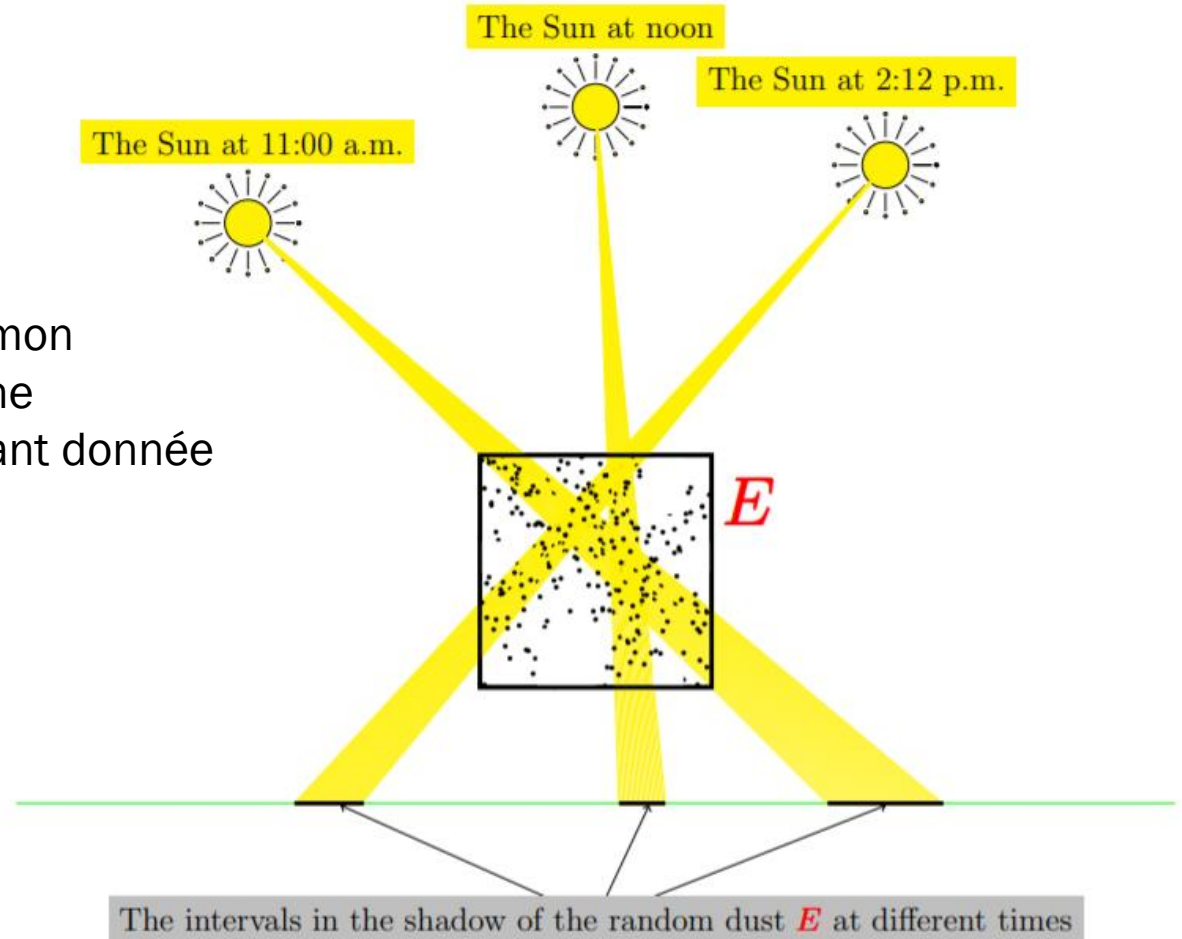
Eponge de Menger-Sierpinski



amas de percolation

La percolation fractale

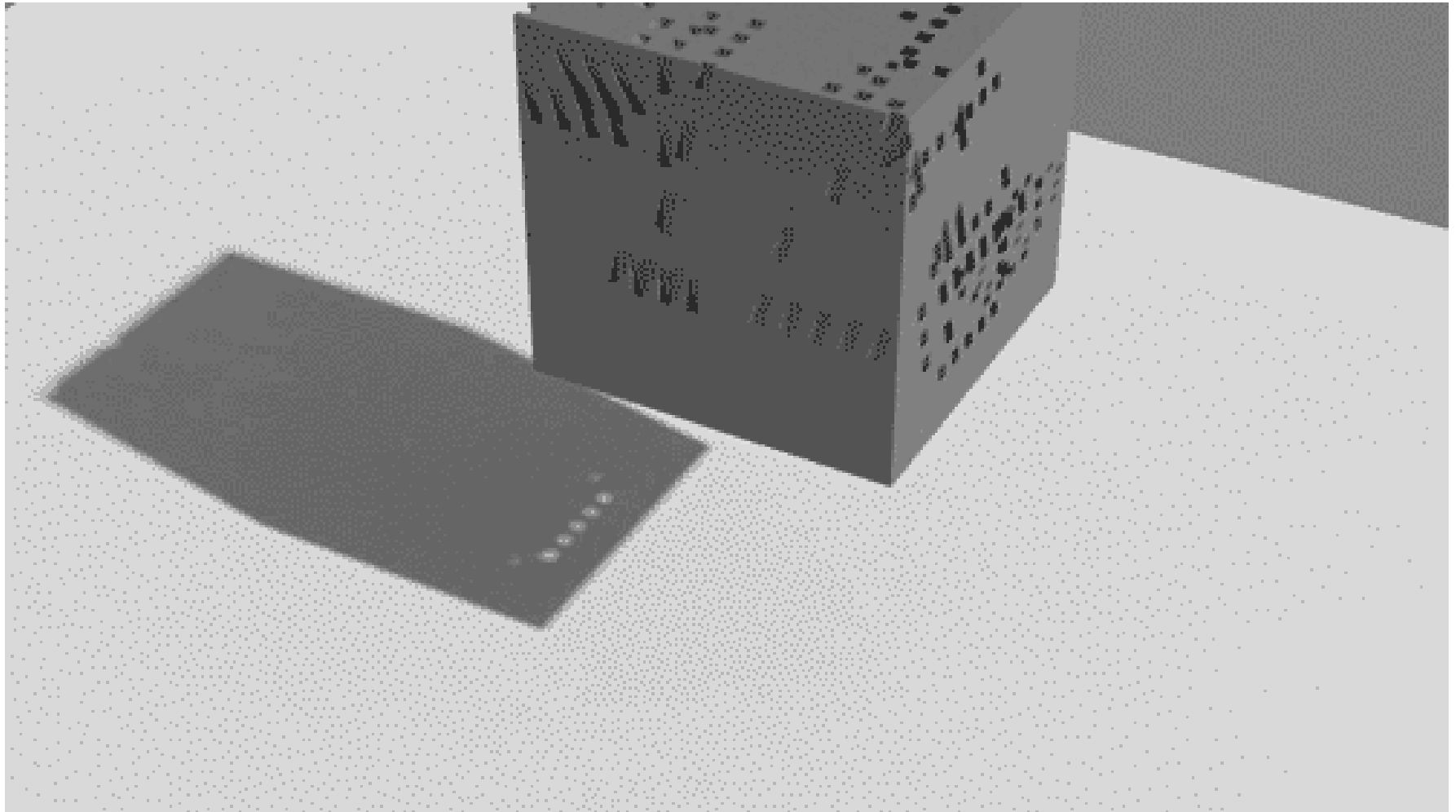
Michal Rams et Karoly Simon
démontrent qu'il existe une
percolation fractale pouvant donnée
l'heure solaire



Le terme "percolation" vient du latin percolatio qui signifie filtration.

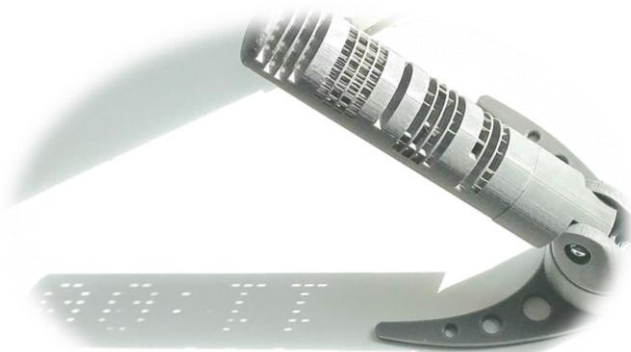
<https://arxiv.org/pdf/1306.3847.pdf#page=11>

Ecran à percolation simplifié



<http://www.voshart.com/SUN-CUBE-prototype>

Ecran à percolation simplifié



Conclusion

- Il n'est pas possible de réaliser une horloge solaire fractale avec les techniques actuelles,
- Existe-t-il d'autres techniques optiques récentes permettant de concevoir des écrans ajourés donnant l'heure à toute heure de la journée et l'année durant?

De nouvelles pistes,
les méta-écrans



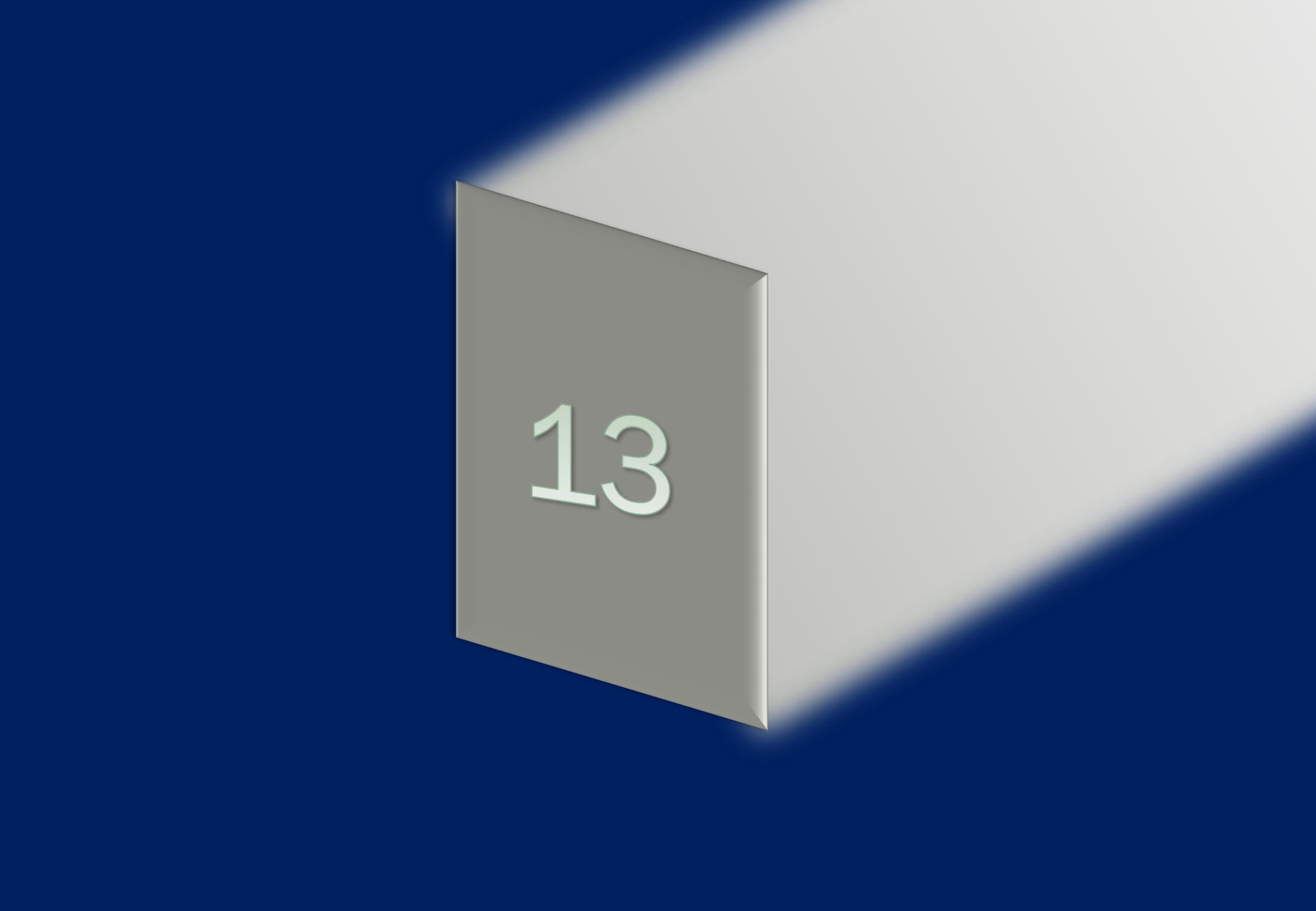
10



11

A 3D gray square is positioned in the center-left of the frame, tilted slightly to the right. The number '12' is printed in a white, serif font on the front face of the square. The background is a solid dark blue. A bright white diagonal beam of light originates from the top right corner and extends towards the bottom left, passing behind the square and creating a soft glow on its right edge and the background.

12



13

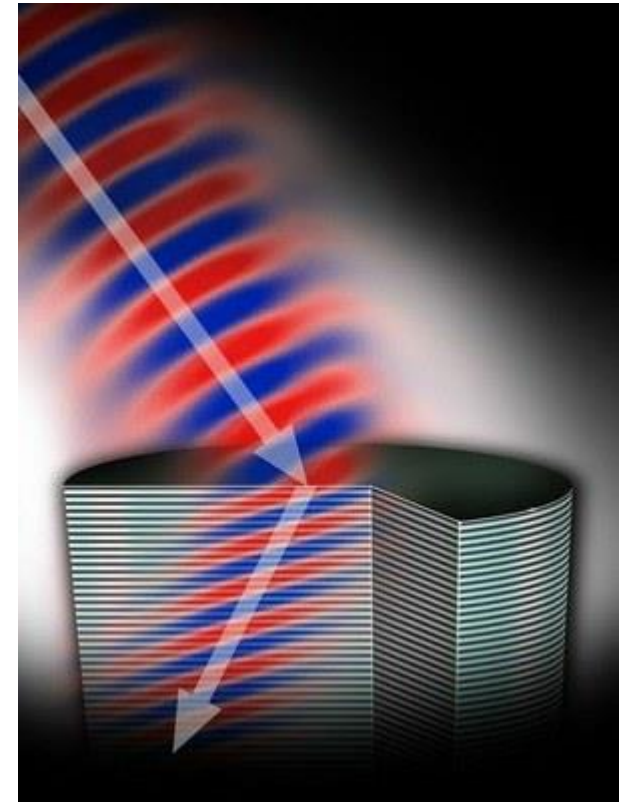
Les méta-écrans

- Les méta-écrans sont réalisés avec des matériaux nouveaux ayant des propriétés optiques particulières pouvant avoir un intérêt pour la réalisation d'une horloge solaire de temps moyen,
- Parmi les effets optiques on trouve:
 - *L'effet moiré*
 - *La polarisation*
 - *L'holographie*

Les métamatériaux

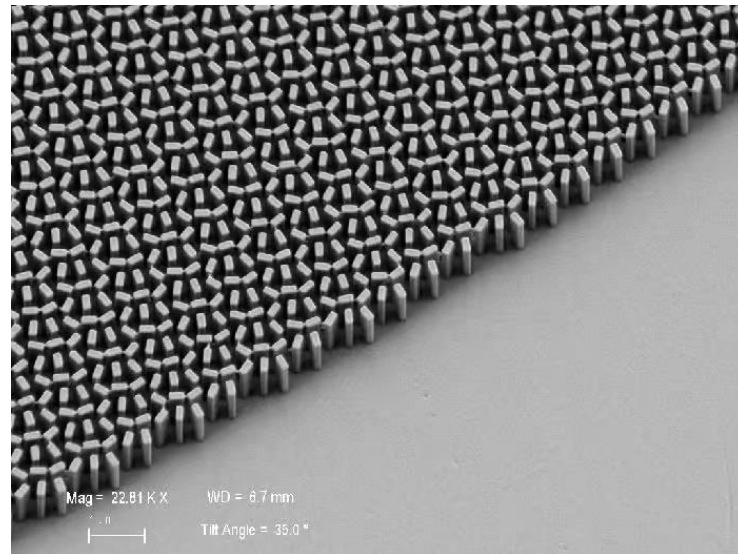
Théorisés par le physicien russe Victor Veselago à la fin des années 1960, les métamatériaux voient leurs propriétés éclater au grand jour en 2000, grâce aux expériences menées par deux physiciens, John Pendry et David Smith, sur des prototypes de capes d'invisibilité.

En effet, la caractéristique d'un métamatériau est de présenter des propriétés électromagnétiques, optiques, acoustiques, thermiques et mécaniques que l'on ne retrouve pas dans un matériau naturel. Ces matériaux sont constitués de structures périodiques, diélectriques ou mécaniques, se comportant comme un matériau homogène, mais n'existant pas à l'état naturel.



Les métasurfaces

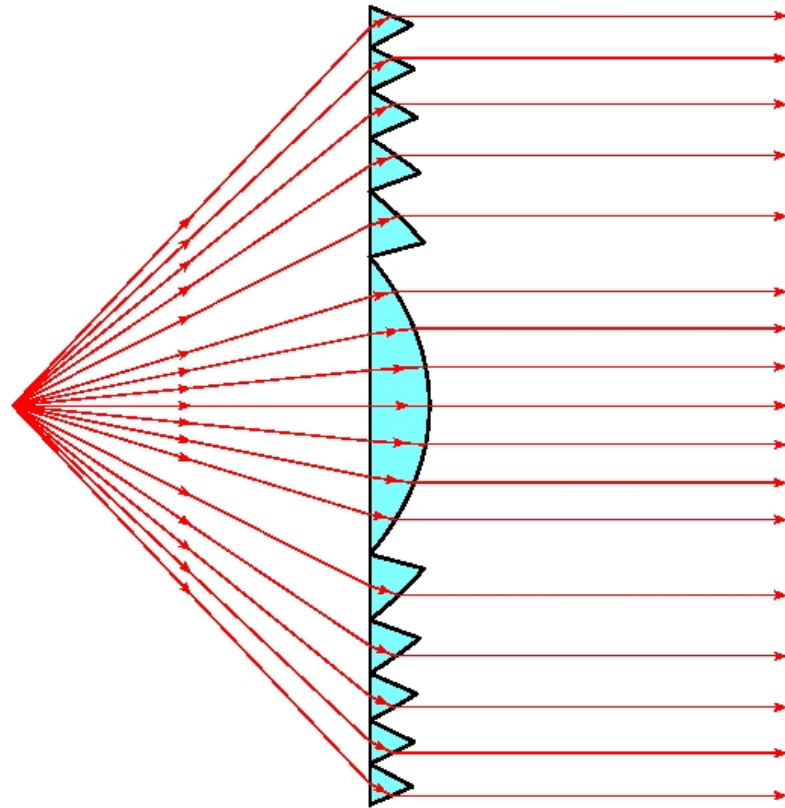
Les métasurfaces sont des dispositifs bidimensionnels constitués de métaux et/ou de matériaux diélectriques structurés à l'échelle sub-longueur d'onde. Malgré leurs épaisseurs inférieures à la longueur d'onde, elles permettent de contrôler l'amplitude, la phase, la polarisation et la direction des ondes électromagnétiques.



Source. institut Pascal Clermont-Ferrand

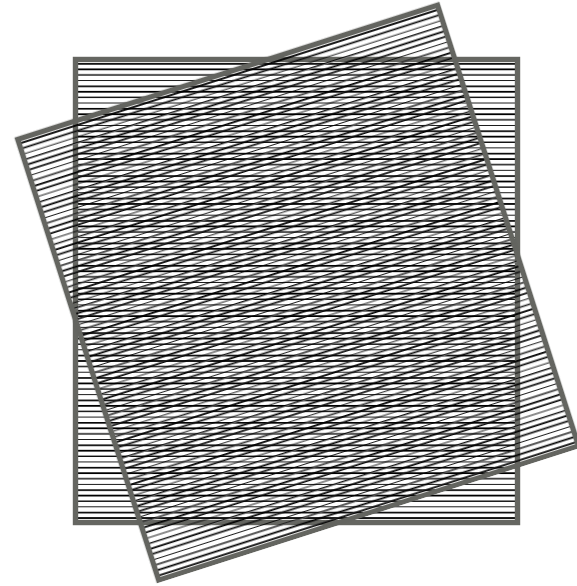
L'ancêtre des métasurfaces

· Lentille à échelons également appelée lentille de Fresnel est une lentille optique mince et plate inventée par le physicien français Augustin Fresnel en 1822. Contrairement à une lentille traditionnelle, elle est faite d'une série de rainures concentriques étroites collée sur la surface d'une feuille de plastique légère.



Effet moiré

Le moiré est un effet optique qui apparaît lorsque deux réseaux de lignes ou deux maillages sont superposés et que leurs interférences créent des motifs.



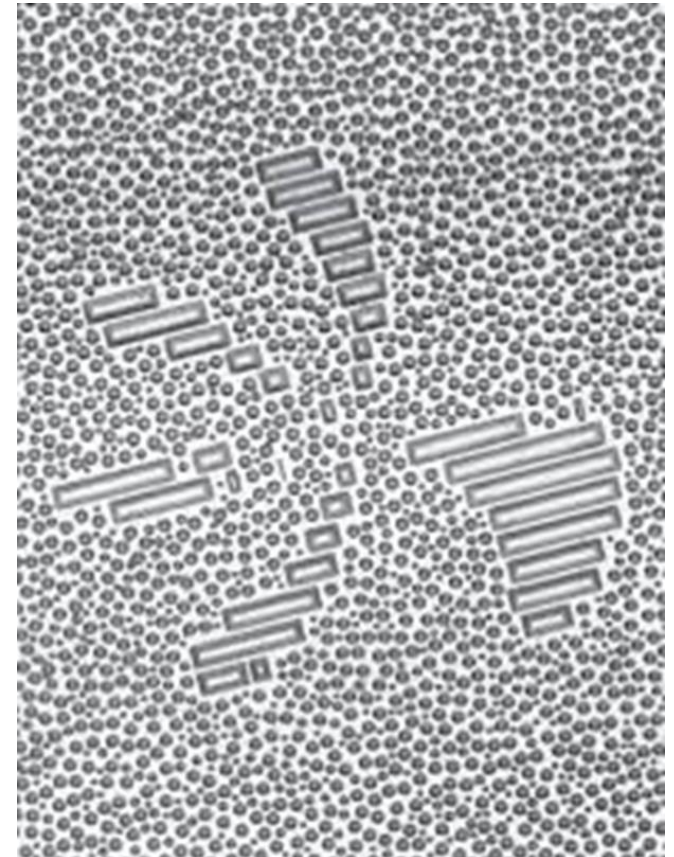
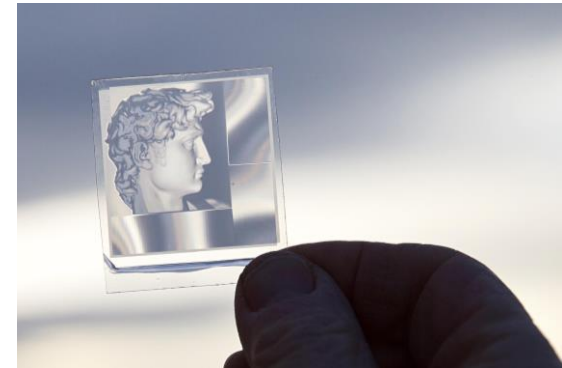
Effet moiré

Des chercheurs ont utilisé un substrat plan et transparent sur lequel, grâce à des technologies de micro fabrication, ils ont sculpté sur chacune de ses deux faces un réseau de microlentilles cylindriques.

Ces microlentilles ont des dimensions qui peuvent descendre jusqu'à 5 microns de diamètre.

En décalant certaines de ces lentilles selon un motif prédéfini par des algorithmes, ils ont pu contrôler l'effet de moiré induit par la lumière incidente de manière à former des images précises et cohérentes.

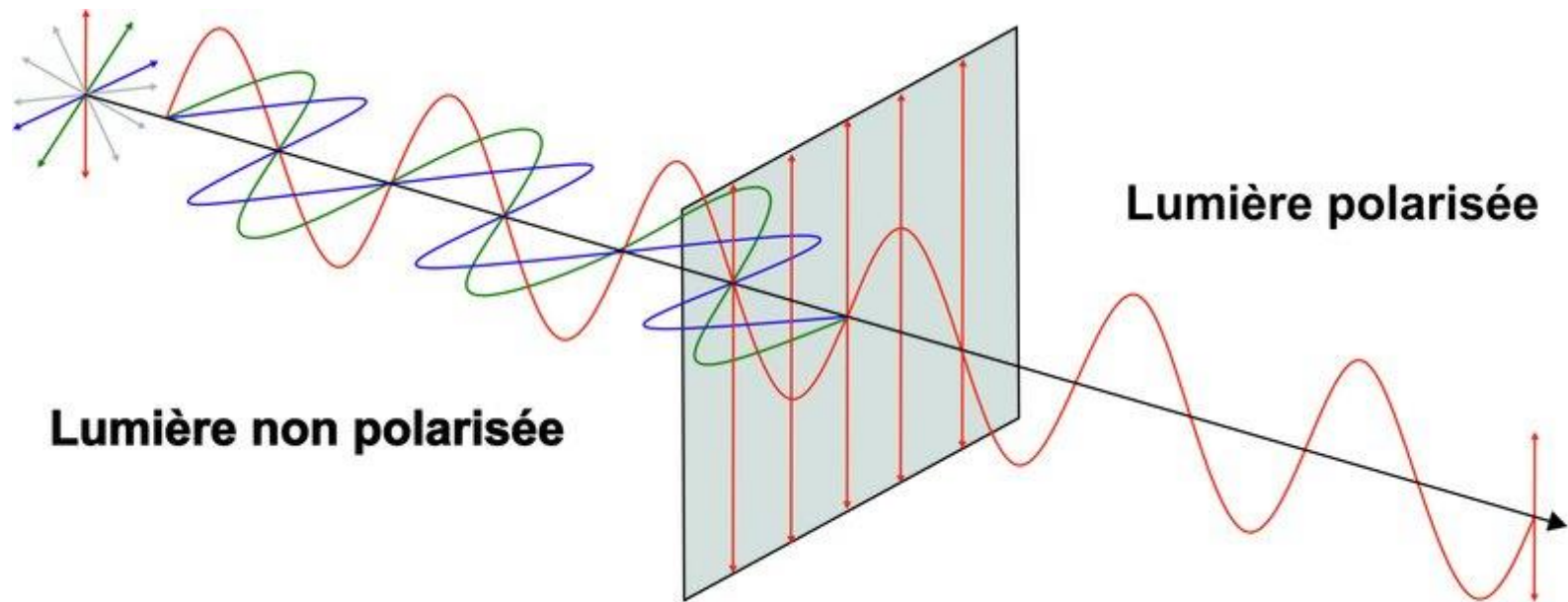
Selon l'angle et l'intensité de la lumière traversant le substrat, des mouvements ou des couleurs apparaissent.



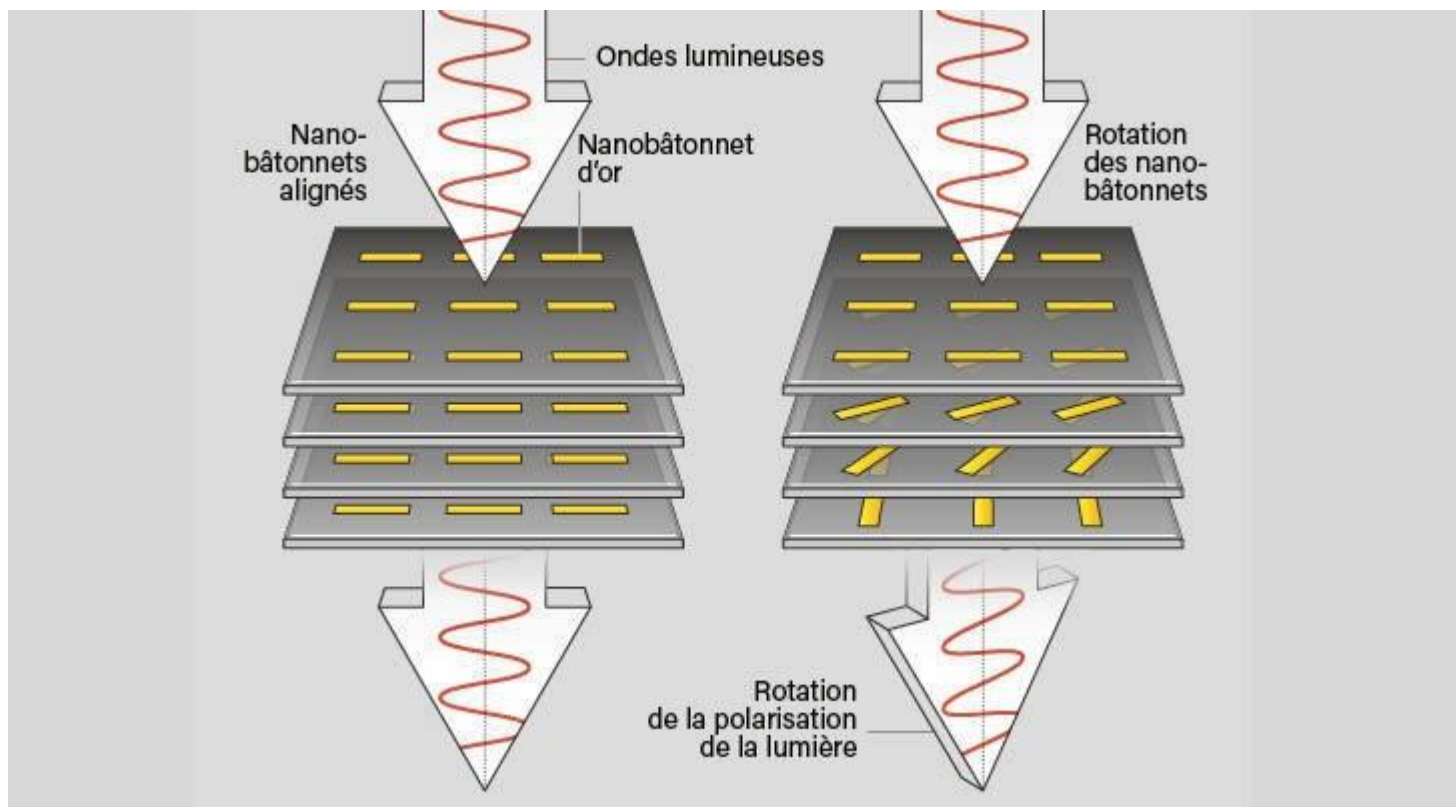
Ecran polariseur

Un filtre polariseur (de polarisation linéaire) permet de ne laisser passer que la composante du champ électrique dans une direction donnée. Le faisceau de sortie est alors polarisé linéairement:

Effet d'un filtre polariseur sur une lumière non polarisée:



Ecran polariseur



Ecran hologramme

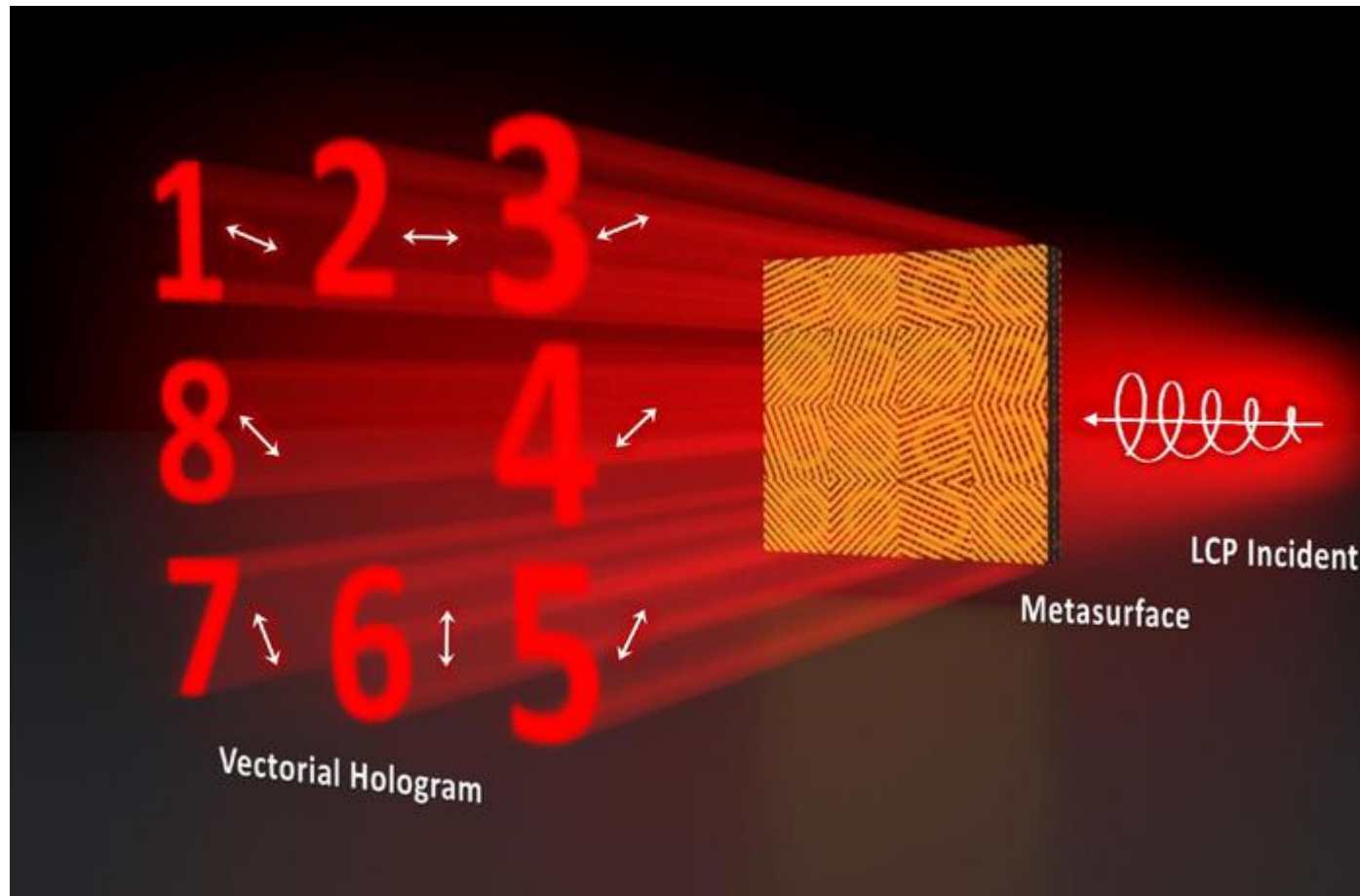
L'holographie est un procédé d'enregistrement de la phase et de l'amplitude de l'onde diffractée par un objet.

Ce procédé d'enregistrement permet de restituer ultérieurement une image en trois dimensions de l'objet. Ceci est réalisé en utilisant les propriétés de la lumière cohérente issue des lasers.

Le mot « holographie » vient du grec holos (« en entier ») et graphein (« écrire »). Holographie signifie donc « tout représenter ».

Le principe de l'holographie a été découvert par un Hongrois, Dénes Gábor, en 1948 alors qu'il travaillait à l'amélioration de microscopes électroniques.

Ecran hologramme



Etapes de réalisation d'un méta-écran

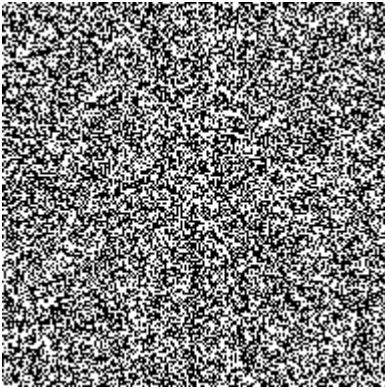
- Choix de l'effet recherché et de la complexité de l'affichage
- Choix de l'effet optique:
 - Moiré
 - polarisation
 - Holographie
- Conception du modèle numérique
- Fabrication de la métasurface au moyen d'une technique de nanofabrication

Conclusion

- Des surfaces et des matériaux ayant des propriétés optiques intéressantes sont en cours de développement mais ne sont pas encore accessibles au grand public.
- La difficulté de fabrication des matériaux limitera dans un premier temps la taille des horloges solaires.
- Pour des horloges de grandes tailles d'autres techniques optiques permettent de concevoir des écrans ajourés.

Et en attendant...

Ecran matriciel (cryptage)



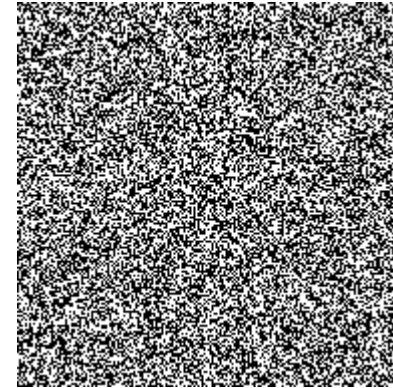
A

Filtre de cryptage



B

Motif



$R = A \oplus B$

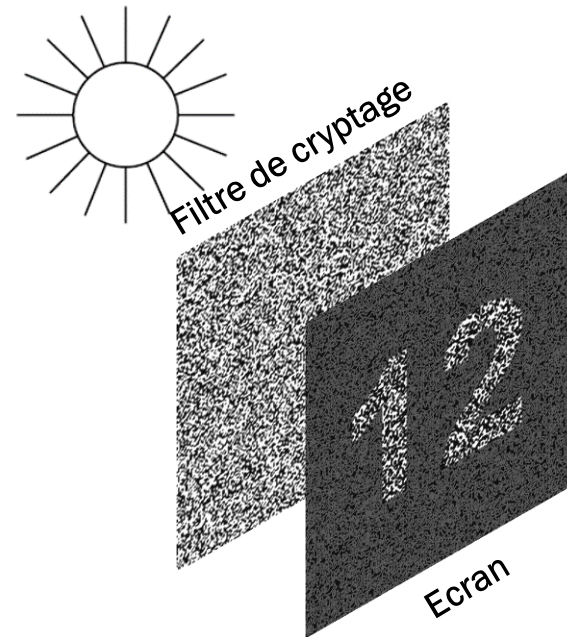
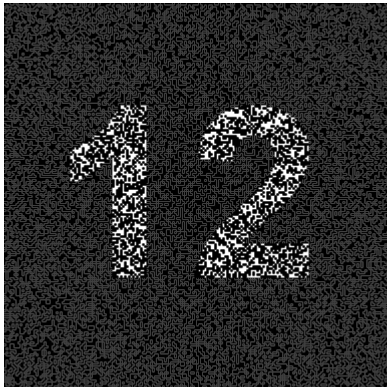
Motif crypté

Table de vérité de XOR		
A	B	$R = A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

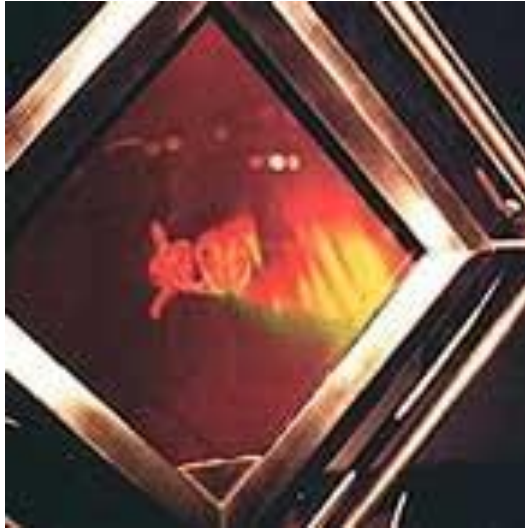
$$R = A \oplus B$$

$$A \oplus R = A \oplus (A \oplus B) = (A \oplus A) \oplus B \approx B$$

Ecran matriciel



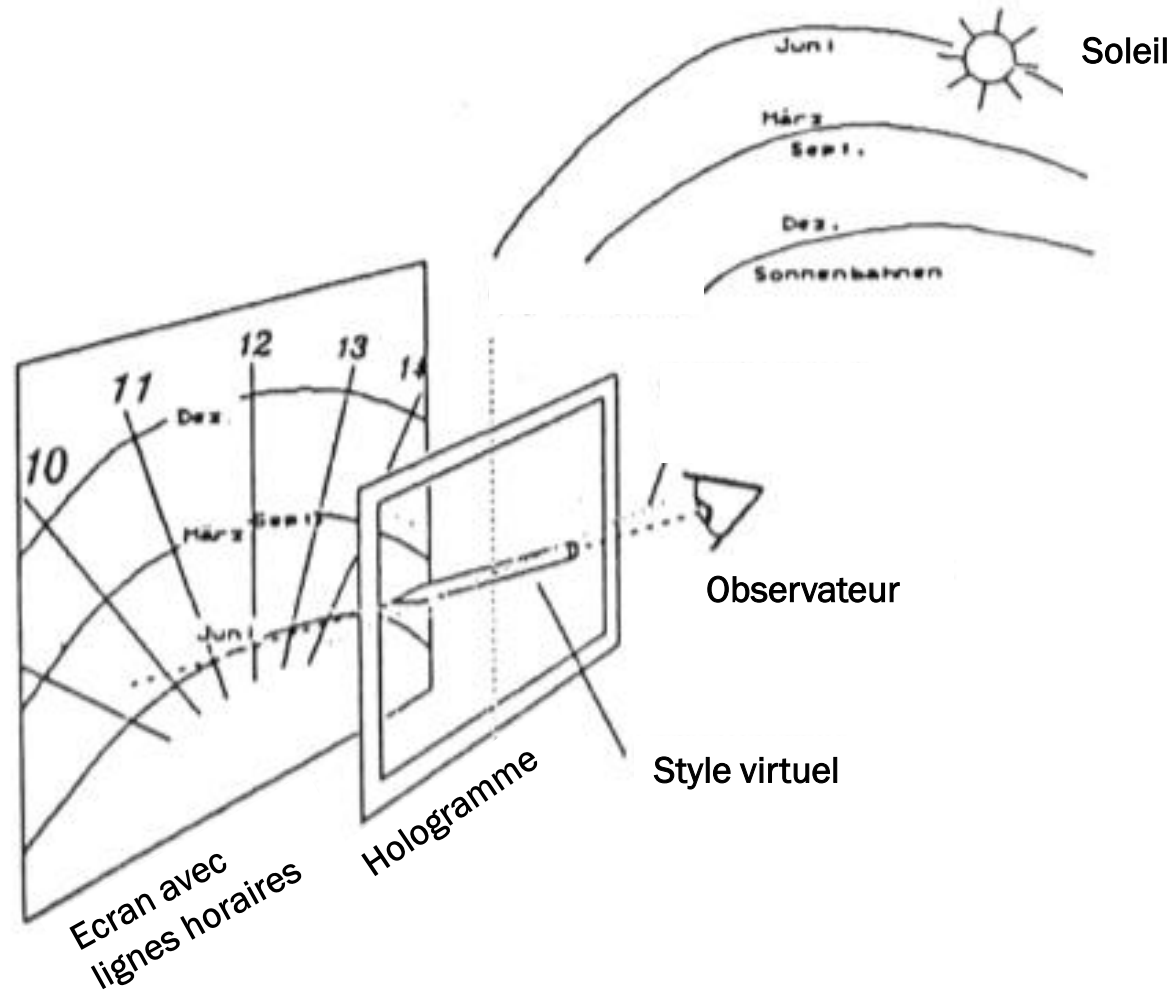
Cadran holographique



holographische Meridiane-HTL Salzburg



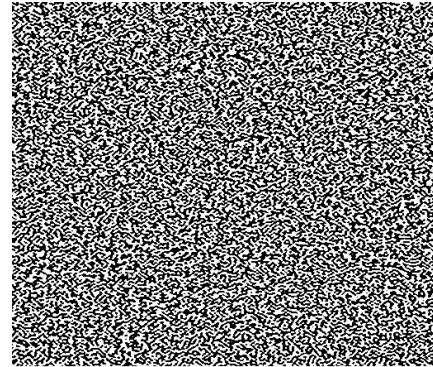
Cadran holographique



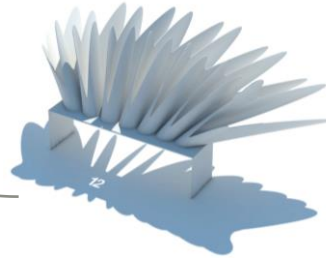
L'holographie générée par ordinateur

L'holographie générée par ordinateur est un procédé qui consiste à calculer l'hologramme que produirait un objet dont on a une description mathématique pour ensuite imprimer cet hologramme synthétique sur transparent et le restituer comme un hologramme classique.

Il existe de nombreux logiciels permettant de calculer un hologramme, il permettent la création d'une grille de diffraction que l'on peut imprimer sur une feuille transparente.



Pochoir



Cadran fractal simplifié

Store vénitien



Percolation 3D



Hologramme numérique



Ecran matriciel

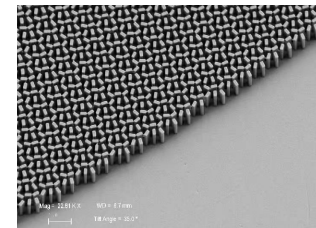


Méta écran

Holographique

Polarisation

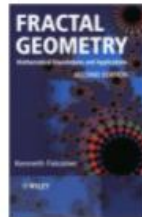
Moiré



Bibliographie



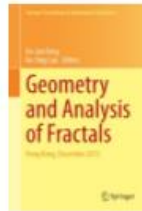
Kenneth Falconer



Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Application.
2003



**Michal Rams
Károly Simon**



Geometry and Analysis of Fractals The Geometry of Fractal Percolation
2013



Ian Stewart



What in Heaven is a Digital Sundial?
1991



Paul Glendinning



Mathématiques Minute: 200 concepts clés expliqués en un instant
2012